TRUNG TÂM TỰ HỌC TOPPER

Cơ sở 1: 23 ngõ Huế, Hai Bà Trưng, Hà Nội

Cơ sở 2: 131 Nguyễn Ngọc Vũ, Cầu Giấy, Hà Nội

Tel: (04) 6657 4444 | website: www.topper.vn

ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ THI ĐẠI HỌC KHỐI A NĂM 2014 – MÔN TOÁN

- ☑ Giải chi tiết, rõ ràng, đầy đủ, dễ hiểu.
- ☑ Đánh giá, phân tích và đưa ra nhận xét đối với đề thi.
- ☑ Dùng cho học sinh thi đại học, cao đẳng năm 2014 và các năm sau.

ĐỀ THI ĐẠI HỌC NĂM 2014
MÔN TOÁN – KHỐI A&A1
ĐÁP ÁN THAM KHẢO

I – PHÂN TÍCH, ĐÁNH GIÁ ĐỀ THI

Ma trận đề thi: 5 – 3 – 2

Câu	Dạng bài	Key word	Độ khó
1.1	Hàm phân thức		Dễ
1.2	Tính khoảng cách từ một điểm thuộc đồ thị đến một đường thẳng	+ Gọi M (x ; y) với $y = 1 + \frac{3}{x-1}$ $+ d(M,d) = \frac{\lvert x+y \rvert}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow M$	Dễ
2	Biến đổi trực tiếp	Phương trình $\Leftrightarrow (\sin x - 2)(1 - 2\cos x) = 0$	Dễ
3	Tính diện tích hình phẳng	+ Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 1 \end{array}\right.$ + Tính $I = \int_{-2}^{1} \lvert x^3 - 3x + 2 \rvert dx$	Khá
4.a	Tìm phần thực, phần ảo của số phức	+ Đặt z = a + bi	Dễ
4.b	Tính xác suất	$P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_8^4}{C_{16}^4}$	Dễ
5	+ Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng + Viết phương trình mặt phẳng	+ Gọi $I = d \cap (P)$, Vì $I \in d \Rightarrow I(2+t, -2t, -3+3t)$ $I \in (P) \Rightarrow t$ $+ \text{mp } (\alpha) \begin{cases} \text{qua } M\ (2;0;-3) \in d \\ \overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_p}\right] \end{cases}$	Dễ
6	Hình chóp có đáy là hình vuông	$+\ V = \frac{1}{3} SM.S_{ABCD}$ $+\ d(A,(SBD)) = 2d(M,(SBD))$	Khá
7	Tứ giác	+ Kẻ $NF \perp AB$, tính độ dài NF. + Gọi $P = MN \cap CD$, tìm tọa độ P $+ d(N, AB) = NF \Rightarrow$ phương trình AB $\Rightarrow CD$	Khá

8	Hệ phương trình sử dụng phương pháp nhân liên hợp	Phương trình thứ nhất $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2+y=12 & (1) \\ \dfrac{x}{x+\sqrt{12-y}}=\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}+\sqrt{12+x^2}} & (2) \end{array}\right.$	Khó
9	Giá trị lớn nhất	Chứng minh $\dfrac{x^2}{x^2+yz+x+1} \le \dfrac{x}{x+y+z+1}$ Chứng minh $\dfrac{1}{x+y+z+1}+\dfrac{1+yz}{9} \ge \dfrac{4}{9}$	Khó

II – ĐÁP ÁN CHI TIẾT THAM KHẢO

Câu	Đáp án chi tiết
1 (2,0 điểm)	**1. (*1,0 điểm*)**

– Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y'=-\dfrac{3}{(x-1)^2}<0$ với mọi $x\in D$.

– Chiều biến thiên

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Hàm số không có cực trị.

– Giới hạn, tiệm cận

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\left(\dfrac{x+2}{x-1}\right)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(\dfrac{x+2}{x-1}\right)=+\infty$.

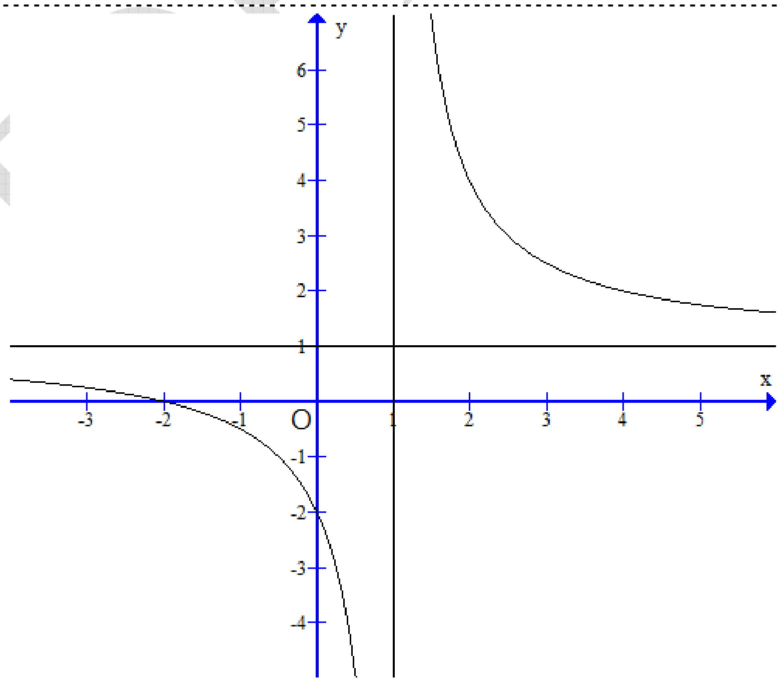
Do đó hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x+2}{x-1}\right)=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+2}{x-1}\right)=1.$

Do đó, hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

– Bảng biến thiên

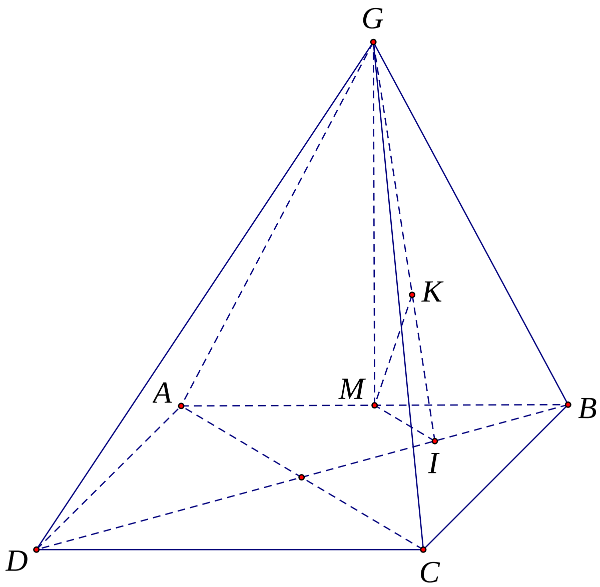
x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	1



	2. (*1,0 điểm*)
	Gọi $M(x;y)$ là điểm cần tìm. Ta có $M\in(C)$ nên $y=\frac{x+2}{x-1}=1+\frac{3}{x-1}$ (1).
	Khoảng cách từ M đến đường thẳng $y=-x$: $d=\frac{\lvert x+y\rvert}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow\lvert x+y\rvert=2$ (2)
	$\Leftrightarrow\left\lvert x+\frac{x+2}{x-1}\right\rvert=2\Leftrightarrow\left\lvert\frac{x^2+2}{x-1}\right\rvert=2$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+2=2(x-1),\ \ x-1>0\\x^2+2=-2(x-1),\ \ x-1<0\end{array}\right.$
	$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y=0\\y=-2\end{array}\right.$ Vậy có hai điểm M thỏa mãn là $M(-2;0)$ và $M(0;-2)$.
2 (1,0 điểm)	Ta có $\sin x+4\cos x=2+\sin 2x\ \Leftrightarrow\sin x(1-2\cos x)=2(1-2\cos x)$
	$\Leftrightarrow(\sin x-2)(1-2\cos x)=0$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\sin x-2=0 & (1)\\1-2\cos x=0 & (2)\end{array}\right.$
	Giải (1) $\Rightarrow$ vô nghiệm.
	Giải (2) ta có $\cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ \ (k\in\mathbb{Z})$ Vậy phương trình có nghiệm là $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$ với $k\in\mathbb{Z}$.
3 (1,0 điểm)	Phương trình hoành độ giao điểm $x^2-x+3=2x+1$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=1\end{array}\right.$
	Do đó, ta có $I=\int_1^2\lvert x^2-3x+2\rvert dx=\int_1^2\lvert(x-1)(x-2)\rvert dx$ $=\int_1^2(-x^2+3x-2)dx$
	$=\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}-2x\right)\Big\rvert_1^2$
	$=\frac{1}{6}$ Vậy $I=\frac{1}{6}$.

4 (1,0 điểm)	**a) (*0,5 điểm*)**
	Đặt $z = a + bi \Rightarrow \overline{z} = a - bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có $z + (2+i)\overline{z} = 3 + 5i \Leftrightarrow (a+bi) + (2+i)(a-bi) = 3+5i$
	$\Leftrightarrow 3a + b - 3 + (a - b - 5)i = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 5 \\ 3a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$ Vậy phần thực của z là 2 và phần ảo của z bằng -3.
	b) (*0,5 điểm*)
	Số cách chọn 4 thẻ bất kì là $n(\Omega) = C_{16}^4$ (cách) Số cách chọn 4 thẻ chẵn là $n(A) = C_8^4$ (cách)
	Do đó, xác suất cần tìm là $P = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_8^4}{C_{16}^4} = \dfrac{1}{26}$
5 (1,0 điểm)	Phương trình tham số của d: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ Gọi I là giao điểm của d với (P). Suy ra tọa độ của I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2t \\ z = -3 + 3t \\ 2x + y - 2z - 1 = 0 \end{cases}$
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{7}{2} \\ y = -3 \\ z = \dfrac{3}{2} \end{cases}$ Vậy $I\left(\dfrac{7}{2}; -2; \dfrac{3}{2}\right)$.
	Gọi (α) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P). Ta có $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_P}\right] = (1;8;5)$.
	Mặt khác, $M(2;0;-3) \in d \Rightarrow M \in (\alpha)$. Do đó, phương trình mặt phẳng (α) là $(x-2) + 8(y-0) + 5(z+3) = 0$ $\Leftrightarrow x + 8y + 5z + 13 = 0$.

6 (1,0 điểm)



Tính thể tích S.ABCD:

$S_{ABCD} = a^2$; $DM = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$; $SM = \sqrt{SD^2 - DM^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{5a^2}{4}} = a$

Suy ra: $V = \frac{1}{3}SM.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a.a^2 = \frac{a^3}{3}$ (đvtt).

Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD):

Ta có: $d(A;(SBD)) = 2d(M;(SBD))$

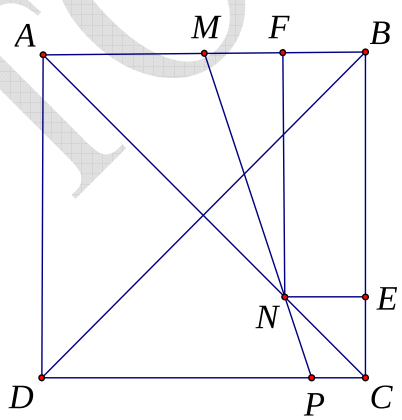
Kẻ $MI \perp BD$ tại I; $MK \perp SI$ tại K. Ta có: $BD \perp (SMI)$.

$\left.\begin{array}{l} BD \perp MK \\ SI \perp MK \end{array}\right\} \Rightarrow MK \perp (SBD)$. Có d(M ; (SBD))=MK.

$MI = \frac{AC}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$; $\frac{1}{MK^2} = \frac{1}{SM^2} + \frac{1}{MI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{8}{a^2} = \frac{9}{a^2} \Rightarrow MK = \frac{a}{3}$.

Khi đó: d(A ; (SBD) = 2d(M ; (SBD)) = 2MK = $\frac{2a}{3}$.

7 (1,0 điểm)



Ta có $MN = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

Đặt AB = x.

Kẻ $NE \perp BC, NF \perp AB$.

Ta có $\frac{CN}{CA} = \frac{CE}{CB} = \frac{NE}{AB} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow BF = NE = FM = \frac{x}{4}$ và $BE = NF = \frac{3x}{4}$.

Ta có ΔMNF vuông tại F $\Rightarrow MF^2 + NF^2 = MN^2$

$\Leftrightarrow \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{3x}{4}\right)^2 = 10 \Leftrightarrow x = 4$.

$\Rightarrow NF = 3$.

Gọi P là giao điểm của MN với CD.

Ta có $\frac{PN}{NM} = \frac{CN}{NA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{PN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NM}$

	$\Rightarrow P\left(\frac{7}{3};-2\right)$.
	Đường thẳng AB có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{AB}}(a;b),\ \ a^2+b^2>0$ Ta có phương trình AB là $a(x-1)+b(y-2)=0 \Leftrightarrow ax+by-a-2b=0.$ Ta có $d(N,AB)=NF \Leftrightarrow \frac{\lvert a-3b\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}=3$ $\Leftrightarrow 4a^2+3ab=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ 4a=-3b \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \overrightarrow{n_{AB}}(0;1) \\ \overrightarrow{n_{AB}}(3;-4) \end{array}\right.$
	+ Trường hợp 1: $\overrightarrow{n_{AB}}(0;1)$ Suy ra, $CD: y+2=0.$ + Trường hợp 2: $\overrightarrow{n_{AB}}(3;-4)$ Suy ra, $CD: 3x-4y-15=0$
8 (1,0 điểm)	Điều kiện: $y\in\left[2;\sqrt{12}\right],\ x\in\left[-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right]$. Ta có $x\sqrt{12-y}+\sqrt{y(12-x^2)}=12 \Leftrightarrow \frac{12x^2-x^2y-(12y-x^2y)}{x\sqrt{12-y}-\sqrt{y(12-x^2)}}=12$ $\Leftrightarrow x^2-y=x\sqrt{12-y}-\sqrt{y(12-x^2)}$ $\Leftrightarrow x\left(x-\sqrt{12-y}\right)-\sqrt{y}\left(\sqrt{y}-\sqrt{12-x^2}\right)=0$
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2+y=12 & (1) \\ \frac{x}{x+\sqrt{12-y}}=\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}+\sqrt{12-x^2}} & (2) \end{array}\right.$
	Giải (1) ta có $y-2=-x^2+10$ thay vào phương trình thứ hai ta có $x^3-8x-1=2\sqrt{-x^2+10}$ $\Leftrightarrow (x^3-8x-1)^2+4x^2-40=0$ $\Leftrightarrow (x-3)\left[(x^2+3x+1)(x^3-8x+1)+4(x+3)\right]=0$ $\Leftrightarrow x=3$ vì $(x^2+3x+1)(x^3-8x+1)+4(x+3)>0$ với mọi x thuộc tập xác định. Suy ra, y = 3. Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(3;3)$.
	Giải (2) ta có $x\sqrt{12-x^2}=\sqrt{y}.\sqrt{12-y}$. $\Leftrightarrow x^2(12-x^2)=y(12-y) \Leftrightarrow (x^2-y)(x^2+y+12)=0$ $\Leftrightarrow x^2=y$ thay vào phương trình thứ hai ta có $x^3-8x-1=2\sqrt{x^2-2}$ Ta có $f(x)=x^3-8x-1-2\sqrt{x^2-2} \Rightarrow f'(x)=3x^2-8-\frac{2x}{\sqrt{x^2-2}}<0$ với mọi $x>\sqrt{2}$ Do đó, hàm số f(x) nghịch biến.

	Suy ra, $f(x) \le f(\sqrt{2}) = -6\sqrt{2} - 1 < 0$ Suy ra, phương trình vô nghiệm. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y) = (3;3)$
9 (1,0 điểm)	Ta có $(y+z-x)^2 \ge 0 \Leftrightarrow 2x(y+z) \le x^2 + (y+z)^2$ $\Leftrightarrow 2x(y+z) \le 2yz + 2$ $\Rightarrow \dfrac{x^2}{x^2+yz+x+1} \le \dfrac{x}{x+y+z+1}$
	Do đó $P = \dfrac{x^2}{x^2+yz+x+1} + 1 - \dfrac{x+1}{x+y+z+1} - \dfrac{1+yz}{9}$ $\Rightarrow P \le \dfrac{x}{x+y+z+1} - \left(\dfrac{1}{x+y+z+1} + \dfrac{1+yz}{9}\right)$
	Xét $A = \dfrac{1}{x+y+z+1} + \dfrac{1+yz}{9}$. Ta có $x + (y+z) \le 2\sqrt{1+yz} \Rightarrow A \ge \dfrac{1}{2\sqrt{1+yz}+1} + \dfrac{1+yz}{9}$ Xét hàm số $f(t) = \dfrac{1}{2t+1} + \dfrac{1+t^2}{9}$ với $t \ge 0$ Ta có $f'(t) = -\dfrac{2}{(2t+1)^2} + \dfrac{2t}{9} = 0 \Leftrightarrow t = 1$
	Suy ra, $f(t) \ge f(1) = \dfrac{4}{9}$ $\Rightarrow P \le \dfrac{5}{9}$ Vậy giá trị lớn nhất của P là $\dfrac{5}{9}$ đạt được khi $(x;y;z) = \{(1;1;0),(1;0;1)\}$